Szanowni Państwo

Przekazuję materiały do samodzielnego przeanalizowania.

W razie wątpliwości i pytań związanych z zawartymi treściami proszę o kontakt.

Mój adres mailowy: [kowalskamaria@gazeta.pl](mailto:kowalskamaria@gazeta.pl)

Od maja na mój adres mailowy proszę również przesyłać prace kontrolne. Należy je również oddać w wersji papierowej przy najbliższym spotkaniu.

Życzę Państwu dużo zdrowia i miłego spędzenia czasu z matematyką

Maria Kowalska

**TEMAT: OKREŚLENIE CIĄGU LICZBOWEGO.** (semestr IV-4)

1. Dane są przykłady ciągów:
2. 69, 34, 50, 72, 39, 56, 64, 64, 38, 92,53,41 – wysokość rachunków telefonicznych pani Marty w 2017 r
3. 4, 4, 4, 4, 4 – ilość pasażerów wsiadających do tramwaju na pięciu kolejnych przystankach
4. 1, 4, 1, 5, 9, 2, 6, 5, 3, 5, … – kolejne cyfry w rozwinięciu dziesiętnym liczby π
5. 2, 3, 5, 7, 11, 13, … - kolejne liczby pierwsze
6. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 – numery domów przy ulicy Jesiennej
7. lista uczniów semestru IV w dzienniku
8. 9, 0, 2, 3, 8, 5, 3, 1, 3 - kolejne cyfry numeru telefonu

Które z wymienionych ciągów są skończone, które nieskończone?

**Odp.** Skończone: **a.**, **b.**, **e.**, **f.**, **g.**. Nieskończone: **c.**, **d.**.

**Ciągiem** nazywamy funkcję, której dziedziną jest zbiór liczb naturalnych dodatnich.

**Ciąg liczbowy** to funkcja, której dziedziną jest zbiór liczb naturalnych dodatnich, a zbiór wartości jest zbiorem liczb rzeczywistych.

**Wyrazy ciągu** to wartości funkcji

 - oznaczenie ciągu

1. Dany jest ciąg, w którym każdej liczbie naturalnej dodatniej przyporządkowano liczbę 2 razy większą.

Zamiast pisać:

*f*(1) = 2 *f*(2) = 4 *f*(3) = 6 *f*(4) = 8 … *f*(*n*) = 2*n* …

piszemy zwyczajowo:

a1 = 2 a2 = 4 a3 = 6 a4 = 8 … an = 2*n* …

Wyraz ***n*-ty** ciągu  nazywa się wyrazem ogólnym. Spełnia on taką rolę, jak wzór funkcji czyli umożliwia obliczenie dowolnego wyrazu ciągu.

Cały ciąg będziemy oznaczać lub wypisując kolejne wyrazy ciągu (2, 4, 6, 8, …)

Ciągi oznacza się też innymi literami , , itp.

1. Uwagi do punktu **1.**

* Ciągiem skończonym (nieliczbowym) jest lista uczniów semestru IV w dzienniku.

Kolejnym liczbom naturalnym przyporządkowano nazwiska słuchaczy

* Ciągiem skończonym (liczbowym) 9-wyrazowym jest numer telefonu komórkowego 902 385 313.

Kolejne wyrazy to:

a1 = 9, a2 = 0, a3 = 2, a4 = 3, a5 = 8, a6 = 5, a7 = 3, a8 = 1, a9 = 3

Należy zwrócić uwagę, że kolejność wypisywanych wyrazów jest istotna.

* Ciągiem nieskończonym jest ciąg kolejnych liczb pierwszych:

a1 = 2, a2 = 3, a3 = 5, a4 = 7, a5 = 11, a6 = 13, …

1. Obliczmy wyrazy  , , , ,  ciągu, którego wzór ogólny ma postać 

Aby obliczyć , wstawiamy w miejsce  w wyrażeniu  liczbę 1. Otrzymujemy:



Podobnie obliczamy:









1. Zapisz trzy początkowe a1, a2, a3 wyrazy ciągu o podanym wzorze ogólnym:
2.  **b.**  **c.**  **d.**  **e.** 
3. Które wyrazy ciągu są równe zeru, jeżeli:
4. 

**Rozwiązanie:**



Liczba 4 jest liczbą naturalną dodatnią czyli 

**Odp. Czwarty wyraz ciągu jest równy 0.**

1. 

**Rozwiązanie:**



Liczba  nie jest liczbą naturalną dodatnią czyli żaden wyraz ciągu nie jest równy zeru.

**Odp. Ciąg nie ma wyrazów równych 0.**

*Spróbuj rozwiązać samodzielnie pozostałe przykłady*

1. 
2. 
3. 
4.  **Wskazówka:** Rozwiąż równanie kwadratowe: 
5. Które wyrazy ciągu są równe 32, jeżeli ?

**Rozwiązanie:**



Liczba 7 jest liczbą naturalną dodatnią czyli 

**Odp. Siódmy wyraz ciągu jest równy 32.**

*Rozwiąż samodzielnie zadanie* ***8*** *i* ***9****.*

1. Które wyrazy ciągu są równe 23, jeżeli ?
2. Które wyrazy ciągu są równe 2, jeżeli ?

**Wskazówka:**

Rozwiąż równanie kwadratowe: , czyli , czyli 

1. Które wyrazy ciągu są ujemne, jeżeli ?

**Rozwiązanie:**



n < 3,5 i n jest liczbą naturalną dodatnią czyli n może być równe 1 lub 2lub3

Odp. Wyraz pierwszy, drugi i trzeci to ujemne wyrazy podanego ciągu.