

Szanowni Państwo!

Przekazuję materiały do samodzielnego przeanalizowania. Jest to materiał powtórzeniowy, więc chyba nie będzie sprawiał większych problemów. Do wykorzystania polecam też np. portal <https://www.matemaks.pl/pewniaki-maturalne.html>

W razie wątpliwości i pytań związanych z zawartymi treściami proszę o kontakt.

Mój adres mailowy: [halina.matuszewska@onet.eu](mailto:halina.matuszewska@onet.eu)

Na mój adres mailowy proszę również przysyłać prace kontrolne (kto z Państwa nie przesłał na stronę szkoły) Wersje papierowe tych prac proszę zachować i po zakończeniu zawieszenia zajęć dostarczyć do szkoły do archiwizacji. Proszę także o wykorzystywanie do powtarzania materiałów udostępnionych przez CKE [www.cke](http://www.cke) (arkusze, filmy, zbiór zadań z matematyki – z przykładami rozwiązań).

**Egzamin końcowy będzie zorganizowany po wielkanocnych świątach.** Jego forma będzie zależała od tego czy zajęcia będą odwołane czy nie. Proszę śledzić informacje na stronie szkoły, ale przede wszystkim powtarzać i utralać umiejętności.

### Zdalna próbna matura

Na stronie CKE będą dostępne arkusze ze wszystkich przedmiotów, które można zdawać na maturze, zarówno na poziomie podstawowym, jak i rozszerzonym.

Poszczególne arkusze, wraz ze wszystkimi niezbędnymi materiałami, będą udostępnione na stronie internetowej CKE [<https://www.cke.gov.pl/>] w kolejnych dniach od 2 kwietnia (czwartek).

3 kwietnia (piątek), około godz. 9:00 – będzie matematyka Poziom podstawowy

Bardzo proszę o udział w próbnej maturze (z matematyki i nie tylko) - odpowiednie informacje na stronie szkoły. Szczególnie obecnie, jest to jedna z niewielu możliwości, gdzie możecie Państwo sprawdzić ile się nauczyliście. Proszę o przestrzeganie zaleceń CKE: przystępujemy do egzaminu w domu w taki sam sposób, w jaki nastąpiłoby to w szkole – to znaczy bez dodatkowych pomocy dydaktycznych i w czasie, jaki jest przeznaczony na napisanie egzaminu.

Życzę Państwu dużo zdrowia i miłego spędzenia czasu z matematyką - Halina Matuszewska

(semestr VI) Powtórzenie: TRYGNOMETRIA

**Sinus kąta  $\alpha$ :**

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

**Tangens kąta  $\alpha$ :**

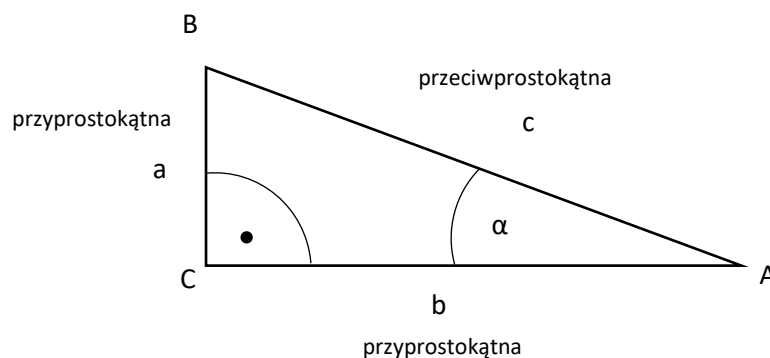
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

**Cosinus kąta  $\alpha$ :**

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

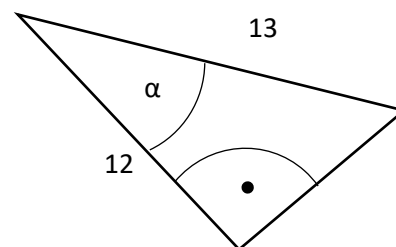
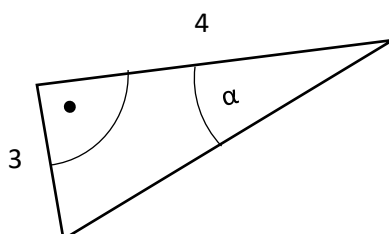
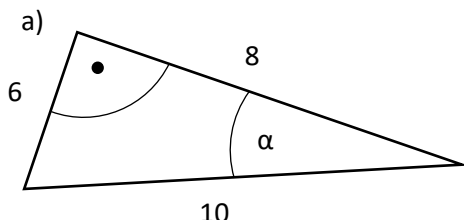
**Cotangens kąta  $\alpha$ :**

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{b}{a}$$



### ZADANIA

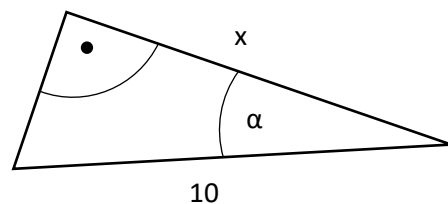
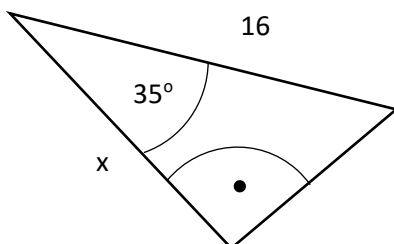
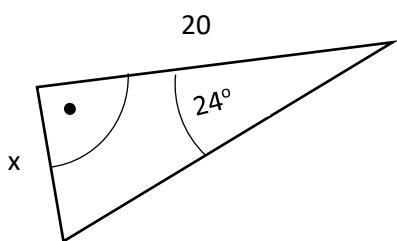
1. Oblicz wartości funkcji trygonometrycznych kąta  $\alpha$  w trójkącie prostokątnym na poniższych rysunkach.



Przykład a):  $\cos \alpha = \frac{8}{10}$ ;

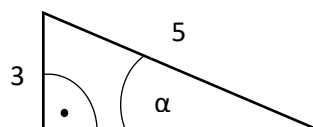
$\sin \alpha = \frac{6}{10}$ ;  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{6}{8}$

2. Oblicz długość boku x, zaznaczonego na rysunku poniżej z dokładnością do 0,1.



3. Oblicz wartość wyrażenia, wykorzystując dane z rysunku:

- a.  $1 + \sin \alpha \cdot \cos \alpha$
- b.  $(\operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \alpha + \sin \alpha)$



- 4. Drzewo mające 14 m wysokości rzuca cień długości 23 m. Pod jakim kątem padają promienie słoneczne? (wartość kąta proszę odczytać z tablic)
- 5. Boki pewnego równoległoboku pozostają w stosunku 1:2. Krótsza wysokość tego równoległoboku ma długość 6 cm i tworzy z krótszym bokiem kąt  $\alpha$ , dla którego  $\cos \alpha = 0,9$ . Oblicz obwód tego równoległoboku.
- 6. Obwód rombu jest równy 244 cm, a krótsza przekątna ma długość 22 cm. Oblicz:
  - a. cosinus kąta między krótszą przekątną a bokiem rombu
  - b. tangens kąta między dłuższą przekątną, a bokiem rombu.
- 7. Rozwiąż trójkąt prostokątny ABC (tzn. oblicz długości boków i wyznacz miary kątów trójkąta), wiedząc, że przeciwprostokątna AB ma długość 16 cm, a przyprostokątna BC ma 10 cm.
- 8. Rozwiąż trójkąt prostokątny ABC, wiedząc, że przeciwprostokątna AB ma długość 12 cm i kąt przy wierzchołku A ma  $50^\circ$ .

**Wartości sinusa, cosinusa i tangensa dla kątów  $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ .** (semestr VI-14)

$\alpha$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$
$\sin \alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\operatorname{tg} \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

1. Oblicz :

- a.  $2 \sin 60^\circ \cdot \cos 30^\circ - 2 \operatorname{tg} 45^\circ$
- b.  $\frac{\sin 30^\circ \cdot \operatorname{tg} 60^\circ + \cos 30^\circ}{\operatorname{tg} 30^\circ}$
- c.  $\frac{\sin^2 45^\circ + \cos 60^\circ}{\sin 30^\circ \cdot \cos 30^\circ}$
- d.  $(\cos 45^\circ - \cos 30^\circ)(\cos 45^\circ + \cos 30^\circ)$

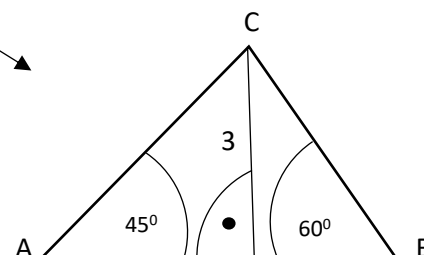
- 2. W trójkącie równoramiennym prostokątnym przeciwprostokątna ma długość 4 cm. Wyznacz długość wszystkich wysokości tego trójkąta.
- 3. Oblicz obwód trójkąta korzystając z danych na rysunku.

**Związki między funkcjami trygonometrycznymi kąta ostrego.**

**Jedynka trygonometryczna**  
 $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$

$\sin (180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$   
 $\cos (180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$   
 $\operatorname{tg} (180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$



$\sin \alpha = \cos (90^\circ - \alpha)$   
 $\cos \alpha = \sin (90^\circ - \alpha)$

$0 < \sin \alpha < 1$   
 $0 < \cos \alpha < 1$

- 1. Kąty ostre trójkąta prostokątnego mają miary  $\alpha$  i  $\beta$ . Sprawdź, czy podana zależność jest prawdziwa.
  - a.  $\sin \alpha = \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha$
  - c.  $\cos \alpha - \sin \beta = 0$



13. Rzucamy dwiema kostkami . Oblicz prawdopodobieństwo zdarzeń:  
 A - wypadła na każdej kostce nieparzysta liczba oczek  
 B - wypadła suma oczek mniejsza od 10,  
 C - suma oczek na obu kostkach jest nieparzysta i większa od 9  
 D - na pierwszej wypadło mniej oczek niż na drugiej,  
 E - wypadła ta sama liczba oczek na obu kostkach
14. Rzucamy trzema kostkami. . Oblicz prawdopodobieństwo, że iloczyn wyrzuconych oczek wynosi 5.
15. Spośród cyfr 1,2,3,4,5,6 wybieramy kolejno dwa razy po jednej cyfrze ze zwracaniem i zapisujemy je jako liczbę dwucyfrową. Oblicz prawdopodobieństwo, że otrzymana liczba jest większa od 46.
16. W urnie jest 14 kul białych, 6 czarnych. Wybieramy losowo 2 kule. Oblicz prawdopodobieństwo:  
 a) wyboru kul białych  
 b) wyboru co najmniej jednej białej  
 c) wyboru kul w jednym kolorze
17. Są dwie urny. W pierwszej jest 5 kul białych i 7 czarnych, a w drugiej 3 białe i 9 czarnych. Z każdej urny losujemy po jednej kuli. . Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania kul tego samego koloru.
18. Spośród dzielników naturalnych liczby 36 wybieramy jeden. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że wylosowana liczba będzie dzielnikiem liczby 12.
19. Z talii 24 kart losujemy jedną kartę. Oblicz prawdopodobieństwo, że wylosowano karo lub damę.
20. Na loterii są 44 losy przegrywające, a pozostałe są wygrywające. Kupujemy jeden los. Ile jest wszystkich losów, jeśli prawdopodobieństwo kupienia losu wygrywającego jest równe  $\frac{1}{5}$ .
21. Rzucamy cztery razy monetą. Jakie jest prawdopodobieństwo, że reszka wypadnie 3 lub 4 razy.
22. Tworzymy liczby trzycyfrowe o różnych cyfrach z cyfr 0, 1, 7, 8, 9 i losujemy jedną liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania liczby parzystej.

Powtórzenie: **STATYSTYKA.** (Można skorzystać: Matemaks <https://www.matemaks.pl/statystyka.html>)

Średnia arytmetyczna zbioru liczb - to suma tych liczb podzielona przez ich liczbę.

Średnia arytmetyczna liczb  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  wyraża się wzorem:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

### przykład 1.

Oblicz średnią arytmetyczną liczb: 6,4,2,4,4.

Rozwiązanie:

Łącznie mamy 5 liczb, zatem:  $\bar{x} = \frac{6 + 4 + 2 + 4 + 4}{5} = 4$

1. Oblicz średnią arytmetyczną i medianę danych 6, 6, 4, 7, 6, 8, 8, 4, 4, 10
2. Średnia arytmetyczna danych 2, 5, 7, 0, 0, x jest równa 3. Wyznacz x.
3. Oblicz średnią ważoną liczb 1,3,6 z wagami odpowiednio 0,3; 0,6; 0,1
4. Zbadano długość snu uczniów pewnej klasy

Liczba godzin snu	6	7	8	9	10	11
Liczba osób	3	6	6	12	2	1

Znajdź średnią arytmetyczną i medianę

5. Średnia arytmetyczna liczb x, y, z wynosi 5 . Oblicz średnią arytmetyczną liczb x+1, y+3, z+7
6. Oblicz odchylenie standardowe danych 2,4,6,8.

Wykorzystajcie Państwo czas zawieszenia zajęć prowadzonych w sali lekcyjnej na przygotowanie się do egzaminów. Konsultacje dla osób potrzebujących wyjaśnienia albo wskazówek do rozwiązania zadania – zapytania drogą e-mail – odpowiem jak najszybciej w ten sam sposób.

Życzę Państwu dużo zdrowia i miłego spędzenia czasu z matematyką - Halina Matuszewska