

Zapraszam na zajęcia on-line sobota, niedziela (3 godziny obecności) zgodnie z planem lekcji

Instrukcja logowania: proszę skopiować do paska adresów poniższy adres:

meet.google.com/cff-rofj-huz i wcisnąć enter

mam nadzieję, że wtedy uda się Państwu dołączyć do spotkania (jeśli ktoś będzie miał kłopot – proszę zadbać o utworzenie konta na szkolnej poczcie przed następnym zjazdem)

Możecie Państwo obejrzeć film prezentujący sposób wyznaczania sumy wyrazów ciągu arytmetycznego

<https://www.youtube.com/watch?v=Bxa8Mqyk9fc>

TEMAT: CIĄG ARYTMETYCZNY - zadania

(semestr IV-5)

Suma n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego

1. Oblicz szósty i $(n+1)$ wyraz ciągu o wyrazie ogólnym $a_n = \frac{3n+2}{5}$.

2. Czy podany ciąg jest arytmetyczny:

- a. 1, 3, 5, 7, 9.
- b. 2, 10, 19, 27.
- c. 5, 1, -3, -7, -11.

Ciągiem arytmetycznym nazywamy ciąg o co najmniej trzech wyrazach, w którym każdy wyraz, oprócz pierwszego, powstaje przez dodanie do wyrazu poprzedniego stałej liczby r .
 r - różnica ciągu arytmetycznego

3. Czy ciąg o wyrazie ogólnym $a_n = 7n + 2$ jest ciągiem arytmetycznym?

4. Dwa początkowe wyrazy ciągu arytmetycznego są równe 4 i 7. Wyznacz trzy kolejne wyrazy tego ciągu.

5. W miejsce x, y, z wstaw takie liczby, aby ciąg $(4, 9, x, 19, y, z)$ był arytmetyczny.

6. Pierwszy wyraz ciągu arytmetycznego jest równy 3, a każdy następny jest o 2 większy od poprzedniego. Narysuj wykres tego ciągu.
 Jaka jest różnica tego ciągu arytmetycznego?

7. Pierwszy wyraz ciągu arytmetycznego jest równy 5, a każdy następny jest o 1 mniejszy od poprzedniego. Narysuj wykres tego ciągu.
 Jaka jest różnica tego ciągu arytmetycznego?

8. Pierwszy wyraz ciągu arytmetycznego jest równy 4, a każdy następny jest równy poprzedniemu. Narysuj wykres tego ciągu. Jaka jest różnica tego ciągu arytmetycznego?

9. Czy ciąg arytmetyczny o wyrazie ogólnym $a_n = 5n - 2$ jest rosnący, czy malejący, czy stały?

10. Wyznacz piętnasty wyraz ciągu arytmetycznego (a_n) , jeżeli $a_1 = -3$, $r = 7$.

11. Wyznacz trzynasty wyraz ciągu a_1 , jeżeli $r = -1$, $r = 3$.

Wyznacz wzór na wyraz ogólny tego ciągu.

12. Wyznacz sto dwudziestą siódmą liczbę w ciągu arytmetycznym: 3, 7, 11, 15, 19, ...

13. Sprawdź, czy w ciągu arytmetycznym a_1 , w którym

$a_1 = 1$ i $r = 7$ występuje liczba 232, a jeśli tak, to na którym miejscu.

14. Wyznacz ciąg arytmetyczny a_1 , wiedząc, że suma wyrazów trzeciego i jedenastego jest równa 128, a suma wyrazów czwartego i ósmego jest równa 106.

15. Szósty wyraz ciągu arytmetycznego jest równy 13, a dziesiąty jego wyraz jest równy 25. Wyznacz 15 wyraz tego ciągu.

16. Wyznacz ciąg arytmetyczny a_1 , wiedząc, że suma wyrazu trzeciego i siódmego jest równa (-10), a suma wyrazów czwartego i dziewiątego jest równa (-22).

17. Wyznacz ciąg arytmetyczny a_1 , wiedząc, że suma wyrazu czwartego i siódmego jest równa 86, a suma wyrazów drugiego i trzynastego jest równa 22.

$r > 0$ - to ciąg arytmetyczny jest **rosnący**
 $r < 0$ - to ciąg arytmetyczny jest **malejący**
 $r = 0$ - to ciąg arytmetyczny jest **stały**

Wzór ogólny ciągu arytmetycznego (a_n) o pierwszym wyrazie a_1 i różnicy r ma postać:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$

Wyznaczenie ciągu arytmetycznego a_1 polega na ogół na podaniu jego pierwszego wyrazu r i różnicy r .

18. Drugi, szósty i ostatni wyraz ciągu arytmetycznego wynoszą odpowiednio 2, 22, 222. Znajdź pierwszy wyraz i liczbę wyrazów tego ciągu.

19. Suma wyrazu pierwszego i piętego ciągu arytmetycznego (a_n) jest równa 18. Trzydziesty wyraz ciągu

a_1 jest o 12 większy od wyrazu czternastego. Wyznacz ciąg a_1 .

20. Oblicz długości boków trójkąta prostokątnego, wiedząc, że tworzą one ciąg arytmetyczny:

- o różnicy 2.
- o obwodzie 48

21. Liczby 3, x, 17 tworzą ciąg arytmetyczny. Oblicz x.

22. Wyznacz taką liczbę x, aby ciąg 23, x, 33 był ciągiem arytmetycznym.

23. Dla jakich wartości x liczby $3x+1$, $2x-4$, $5x+3$ są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego.

24. Dla jakich wartości x liczby $x+4$, $4x$, x^2+8 są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego.

25. Oblicz wyrazy x, y i z ciągu arytmetycznego: 215, x, y, z, -11.

W ciągu arytmetycznym (a_n) każdy wyraz, począwszy od drugiego, jest **średnią arytmetyczną** wyrazów z nim sąsiadujących:

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$$

W ciągu arytmetycznym (a_n) zachodzi zależność:

$$a_n = \frac{a_{n-k} + a_{n+k}}{2}$$

Suma n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego

1. Oblicz sumę wszystkich liczb naturalnych od 1 do 100.

2. Wyznacz sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego o różnicy r .

- $a_1 = 3$ $r = 2$ $n = 8$
- $a_1 = -10$ $r = 3$ $n = 20$
- $a_1 = \sqrt{2}$ $r = 2\sqrt{2}$ $n = 5$

3. Oblicz sumę wszystkich wyrazów skończonego ciągu arytmetycznego:

- 2, 6, 10, ..., 202
- 6, 9, 12, ..., 138

4. W ciągu arytmetycznym wyraz $a_1 = -5$ i różnica $(a_n) = 4$. Oblicz sumę wyrazów od jedenastego do trzydziestego włącznie.

5. W ciągu arytmetycznym wyraz $a_1 = 3$ i różnica $(a_n) = 1$. Oblicz:

- sumę początkowych pięćdziesięciu wyrazów.
- sumę wyrazów od dziesiątego do trzydziestego włącznie.

6. Oblicz sumę wszystkich liczb naturalnych:

- dwucyfrowych
- trzycyfrowych
- dwucyfrowych podzielnych przez 4

7. Oblicz średnią arytmetyczną liczb: 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99.

8. Oblicz średnią arytmetyczną wszystkich liczb nieparzystych dwucyfrowych.

9. Wykopanie pierwszego metra studni kosztuje 8 zł, a każdego następnego o 3 zł drożej.

- Ile kosztuje wykopanie studni o głębokości 25 m?
- Wykopanie studni kosztowało 798 zł. Jaka była jej głębokość?

Suma n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (a_n) wyraża się wzorem:

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

Średnia arytmetyczna wszystkich wyrazów skończonego n - wyrazowego ciągu arytmetycznego jest równa średniej arytmetycznej wyrazu pierwszego i ostatniego.

TEST

1. Dany jest ciąg: $\{2, -2, 3, -3, 4, -4, 5, -5, \dots\}$. Pięćdziesiąty wyraz tego ciągu jest równy

- 23
- 24
- 25
- 26

2. Dany jest ciąg (a_n) , gdzie $a_n = \frac{1}{n+1}$. Zatem:

- $a_3 = 0,25$
- $a_3 = 0,5$
- $a_3 = 1$
- $a_3 = 3$

3. Jeżeli $a_1 = -10$, $r = 3$, to trzynasty wyraz ciągu arytmetycznego (a_n) wynosi:
- A. $a_{13} = 26$ B. $a_{13} = 27$ C. $a_{13} = 28$ D. $a_{13} = 29$
4. Ciąg $(-2, x, 8)$ jest ciągiem arytmetycznym. Wówczas :
- A. $x = 1$ B. $x = 2$ C. $x = 3$ D. $x = 4$
5. O ciągu arytmetycznym (a_n) wiemy, że $a_5 = 3$, $a_6 = -2$. Zatem:
- A. $r = 1$ B. $r = -1$ C. $r = 5$ D. $r = -5$
6. O ciągu arytmetycznym (a_n) wiemy, że $a_{10} = 32$, $a_{12} = 38$. Zatem:
- A. $a_1 = 6$ B. $a_1 = -6$ C. $a_1 = 5$ D. $a_1 = 16$
7. Suma wszystkich liczb naturalnych od 1 do 100 włącznie jest równa:
- A. 5000 B. 5050 C. 5100 D. 5150
8. Ciąg o wyrazie ogólnym $r > 0$ jest:
- A. rosnący B. malejący C. stały D. niemonotoniczny
9. Który z podanych ciągów ma wyraz równy 5?
- A. $a_n = 3n - 6$ B. $a_n = 4 - n$ C. $a_n = 2n + 5$ D. $a_n = 3n - 1$
10. Różnica r ciągu arytmetycznego o wyrazie ogólnym $a_n = 3n - 2$ jest równa:
- A. 4 B. 3 C. 2 D. -2

Proszę obejrzeć filmik prezentujący określenie i własności ciągu geometrycznego „klikając” w poniższy link:

<https://www.youtube.com/watch?v=FhHGfF6xKXk>

TEMAT: CIĄG GEOMETRYCZNY

(semestr IV-5)

26. Czy podany ciąg jest geometryczny:

- d. 2, 10, 50, 250, 1250
e. 1, 2, -4, -8, 16
f. 1, -2, 4, -8, 16, -32
g. 2, 10, 50, 250, 1250
h. $\sqrt{3}, 2\sqrt{3}, 3\sqrt{3}, 4\sqrt{3}, 5\sqrt{3}$
i. $\sqrt{2}, 2, 2\sqrt{2}, 4, 4\sqrt{2}$

Ciągiem geometrycznym nazywamy ciąg o co najmniej trzech wyrazach, w którym każdy wyraz, oprócz pierwszego, powstaje przez pomnożenie wyrazu poprzedniego przez stałą liczbę q .

q - iloraz ciągu geometrycznego

27. Mając dane dwa pierwsze wyrazy ciągu geometrycznego, wyznacz trzy kolejne.

- a. $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}$ b. 1, 4 c. $\sqrt{5}, 2\sqrt{5}$ d. $\sqrt{3}, 3$ e. 1, -2

28. W pewnym doświadczeniu bakterie podwajają swoją liczebność co 3 godziny. Jeżeli na początku było ich k ,

to ile będzie bakterii po 3 h, 6h, 9h, ... po kolejnych trzygodzinnych okresach?

29. W miejsce x, y wstaw takie liczby, aby ciąg $(3, 6, x, 24, 48, y)$ był geometryczny.

30. Wypisz pięć kolejnych wyrazów ciągu geometrycznego, jeśli:

- a. $a_1 = -7, q = 1$ c. $a_1 = 80, q = \frac{1}{2}$
b. $a_1 = -1, q = \frac{1}{3}$ d. $a_1 = 2, q = -3$

Wzór ogólny ciągu geometrycznego (a_n) o pierwszym wyrazie a_1 i ilorazie q ma postać:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

31. Pewien wirus komputerowy przenosi się za pośrednictwem poczty elektronicznej. Przyjmijmy, że każdy, kto dostał zainfekowaną wiadomość, prześle ją swoim trzem znajomym posiadającym „zdrowe” komputery.

Określ liczbę zarażonych komputerów w kolejnych krokach: 1,

.

Oblicz dwudziesty wyraz tego ciągu: $a_{20} =$

.....

32. Wyznacz szósty wyraz ciągu geometrycznego (a_n) , jeżeli $a_1 = 3, q = 2$.

33. Wyznacz czwarty wyraz ciągu geometrycznego (a_n) , jeżeli $a_1 = 2\sqrt{3}$, $q = \frac{1}{2}$.

34. Wyznacz trzeci wyraz ciągu geometrycznego (a_n) , jeżeli $a_1 = -100$, $q = 0,1$.

35. Podaj ogólny wzór ciągu geometrycznego (a_n) , jeżeli $a_1 = 3$, $a_6 = 96$.

36. Wyznacz taką liczbę dodatnią x , aby ciąg $5, x, 75$ był ciągiem geometrycznym.

37. Wyznacz taką liczbę x , aby ciąg $4, x, 25$ był ciągiem geometrycznym.

38. Wyznacz taką liczbę x , aby liczby $x + 3, 5, 10$ tworzyły ciąg geometryczny.

39. Wyznacz taką liczbę x , aby liczby $x - 2, x, x + 4$ tworzyły ciąg geometryczny.

40. Między liczby 16 i 1024 wstaw takie liczby x i y , aby ciąg $16, x, y, 1024$ był ciągiem geometrycznym.

41. Wyznacz wyraz a_1 i iloraz q ciągu geometrycznego (a_n) , wiedząc, że wyraz trzeci jest równy 6, a siódmy 96.

42. Oblicz dziewiąty wyraz ciągu geometrycznego, wiedząc, że wyraz piąty tego ciągu jest równy 5, Natomiast wyrazy szósty i siódmy są równe.

43. Trzy liczby są kolejnymi wyrazami rosnącego ciągu geometrycznego. Wyznacz te liczby, jeżeli wiadomo, że suma pierwszej i trzeciej jest równa 20, a kwadrat drugiej jest równy 36.

44. Liczby: $m - 6, m + 3, m + 5$ tworzą ciąg geometryczny. Oblicz m . Wyznacz wyrazy tego ciągu.

45. Wyznacz x i y ciągu geometrycznego: a) $2, x, \frac{9}{2}, y, \frac{81}{8}$ b) $x, y, 108, 324$

46. W ciągu geometrycznym $a_2 = 1$ i $a_3 = 2$. Oblicz q i a_1 .

47. Czy ciąg o wyrazie ogólnym $a_n = 2^n$ jest ciągiem geometrycznym?

48. Duży arkusz papieru o grubości 0,1mm został złożony na pół, a potem jeszcze raz na pół, ponownie na pół itd. Oblicz hipotetyczną grubość złożonego papieru po 30 złożeniach.

Dla trzech kolejnych wyrazów ciągu geometrycznego, gdy $n > 1$, prawdziwa jest równość:

$$a_n^2 = a_{n-1} \cdot a_{n+1}$$