

Zapraszam na zajęcia on-line sobota, niedziela 7 – 8.11 (2godz. obecności) zgodnie z planem lekcji

Instrukcja logowania: proszę skopiować do paska adresów poniższy adres:

<https://meet.google.com/wcu-okge-rue> i wcisnąć enter

Mam nadzieję, że uda się Państwu dołączyć do spotkania (posiadacze konta na szkolnej poczcie wchodzi bez problemów, pozostałe osoby po zaakceptowaniu przez prowadzącego. Gdyby ktoś miał problem proszę zgłosić opiekunowi semestru lub wicedyrektorowi (arnold.sidor@ckziu1.edu.pl)

(2 godz)

TEMAT: FUNKCJA LINIOWA I JEJ WYKRES. <https://www.youtube.com/watch?v=aS1Ch-757gE>

DEFINICJA

Funkcję określoną wzorem $y = ax + b$ dla $x \in \mathbb{R}$, gdzie a i b są stałymi, nazywamy funkcją liniową.

$a \in \mathbb{R}$, a - współczynnik kierunkowy, b - wyraz wolny

Wykresem funkcji liniowej $y = ax + b$ jest prosta przechodząca przez punkty: $(0, b)$ i $(1, a + b)$

Wykres funkcji liniowej $y = ax + b$ przecina:

- oś x w punkcie: $\left(\frac{-b}{a}, 0\right)$
- oś y w punkcie: $(0, b)$

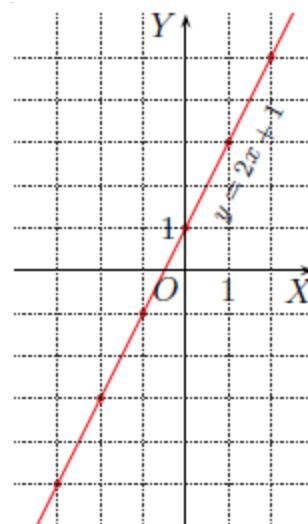
Wykresem funkcji liniowej $y = ax + b$ jest prosta przechodząca przez punkty: $(0, b)$ i $(1, a + b)$

Przykład 1

Naszkiej wykres funkcji określonej za pomocą wzoru $y = 2x + 1$, jeśli jej dziedziną jest zbiór liczb rzeczywistych.

Aby naszkicować wykres funkcji $y = 2x + 1$, sporządzamy tabelę wartości funkcji dla wybranych argumentów.

x	-3	-2	-1	0	1	2
y	-5	-3	-1	1	3	5



Otrzymane punkty zaznaczamy w układzie współrzędnych. Zwróć uwagę, że wszystkie te punkty leżą na jednej prostej – jest ona wykresem funkcji.

Dla poniższych funkcji liniowych podaj współczynnik kierunkowy a oraz wyraz wolny b .

- a. $y = 2x + 9$
- b. $y = x - 1$
- c. $y = -7$
- d. $y = -8x$
- e. $y = x$
- f. $y = -x + 5$

Przykład 2

Naszkiuj wykres funkcji $y = \frac{5}{3}x - 1$.

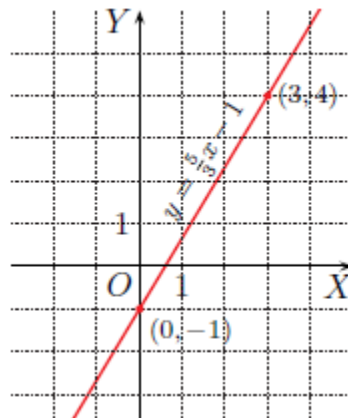
Dla $x = 0$ mamy $y = \frac{5}{3} \cdot 0 - 1 = -1$.

Dla $x = 3$ mamy $y = \frac{5}{3} \cdot 3 - 1 = 4$.

Otrzymane wyniki można przedstawić w tabeli.

x	0	3
y	-1	4

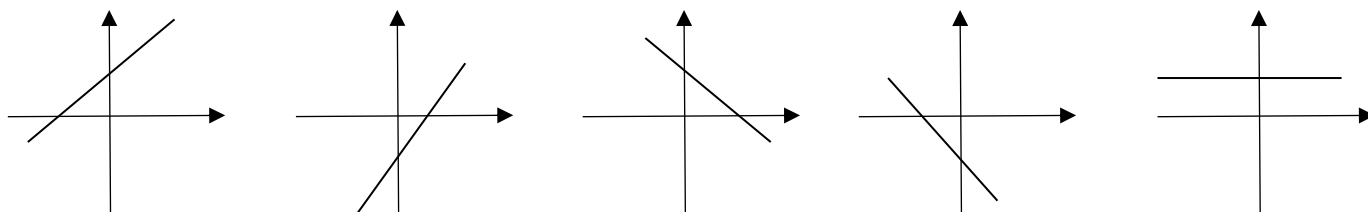
punkty $(0, -1)$ i $(3, 4)$ należą do wykresu funkcji



- Wyznacz współczynnik kierunkowy a we wzorze funkcji liniowej, wiedząc, że do wykresu należy punkt A:
 - $y = ax - 4$; $A = (5, -1)$
 - $y = ax + 8$; $A = (10, 6)$
 - $y = ax - 2$; $A = (5, 0)$
 - $y = ax + 10$; $A = (-8, 4)$
- Wyznacz wyraz wolny b we wzorze funkcji liniowej, wiedząc, że do wykresu należy punkt A:
 - $y = 2x - b$; $A = (3, -2)$
 - $y = -2,5x + b$; $A = (2, -1)$
 - $y = \frac{2}{3}x + b$; $A = (-6, 8)$
 - $y = \sqrt{2}x + b$; $A = (\sqrt{2}, -4)$
- Naszkiuj wykres funkcji i oblicz współrzędne punktów przecięcia się wykresu z osiami układu współrzędnych:
 - $y = 3x + 2$
 - $y = -x + 4$
 - $y = \frac{1}{2}x - 1$
 - $y = -2x - 3$
 - $y = 3$
 - $y = -\frac{2}{3}x - 5$
- Określ na podstawie wykresu monotoniczność funkcji z zadania 2., czyli odpowiedz, która z funkcji jest rosnąca, która malejąca, a która stała?
- Określ na podstawie wzoru, która z funkcji jest rosnąca, która malejąca, a która stała?
 - $y = 5x + 2$
 - $y = (1 - \sqrt{3})x - 6$
 - $y = -3x + 1$
 - $y = (3 - \sqrt{2})x - 4$
 - $y = 4x + 9 - 4x$
 - $y = 7 - 2x$
- Wyznacz wszystkie wartości m , dla których funkcja liniowa:
 - $y = (m + 1)x + 2$ jest rosnąca $m + 1 > 0$ $m > -1$
 - $y = (2m - 3)x - 7$ jest malejąca $2m - 3 < 0$ $2m < 3/2$ $m < 3/4$
 - $y = (2 - m)x + 5$ jest stała $2 - m = 0$ $m = 2$
 - $y = 3x + mx - 4 = x(3 + m) - 4$ jest rosnąca $3 + m > 0$ $m > -3$
 - $y = 0x + 1 + m$ jest stała m - dowolna liczba
- Punkty A i B należą do wykresu funkcji liniowej. Wyznacz wzór tej funkcji.
 - $A = (5, -10)$; $B = (0, 5)$
 - $A = (0, 0)$; $B = (6, 10)$
 - $A = (3, -2)$; $B = (6, 0)$
 - $A = (-4, 1)$; $B = (0, 9)$
- Określ znaki współczynników a i b we wzorze funkcji $y = ax + b$ na podstawie poniższych wykresów.

Funkcja $y = ax + b$ jest:

- rosnąca dla $a > 0$
- malejąca dla $a < 0$
- stała dla $a = 0$



9. Dla jakiego argumentu x funkcja $f(x) = \frac{1}{2}x - 5$ przyjmuje wartość (-2) ?
10. Dla jakich argumentów x funkcja $f(x) = -\frac{1}{2}x + 2$ przyjmuje wartości większe od 3?
11. Dla jakich argumentów x funkcja $f(x) = -\frac{3}{7}x + 2$ przyjmuje wartości nieujemne?
12. Sprawdź bez rysowania wykresu, czy punkty $A = (\sqrt{2}, 1)$ oraz $B = (3, 2\sqrt{2})$ należą do wykresu funkcji $f(x) = \sqrt{2}x - 1$.
13. Dla jakich wartości m punkt $A = (m - 1, 2m - 5)$ należy do prostej o równaniu $y = 3x - 7$.
14. Wyznacz taką wartość m , aby wykres funkcji $f(x) = mx + 3$ przechodził przez punkt $(2, -3)$.
15. Wyznacz taką wartość m , aby wykres funkcji $f(x) = mx + 3m - 6$ przechodził przez początek układu współrzędnych.
16. Wyznacz – o ile istnieją – miejsca zerowe funkcji f , jeżeli:
- | | |
|---------------------|---------------|
| a. $f(x) = 2x - 3$ | c. $f(x) = 7$ |
| b. $f(x) = -3x + 1$ | d. $f(x) = 0$ |

UWAGA: Miejsce zerowe funkcji, to argument (x), dla którego wartość funkcji (y) jest równa zero.

17. Wyznacz taką wartość k , aby miejscem zerowym funkcji $f(x) = 2x + k$ była liczba (-4) .
18. Wyznacz taką wartość k , aby miejscem zerowym funkcji $f(x) = (k + 3)x - 4$ była liczba 2.
19. Narysuj wykres funkcji $y = -3x + 5$.
- Wyznacz miejsca zerowe funkcji.
 - Sprawdź rachunkowo, czy punkty $A = (1, 2)$ oraz $B = (-3, -4)$ należą do wykresu tej funkcji.
 - Czy funkcja ta jest rosnąca, malejąca, czy stała?
20. Funkcja liniowa f jest opisana wzorem $f(x) = -4x + 2$
- Oblicz argument, dla którego wartość funkcji wynosi 8.
 - Wyznacz miejsca zerowe funkcji.
 - Oblicz współrzędne punktu przecięcia wykresu funkcji f z osią y .
 - Naszkiecuj wykres tej funkcji.
21. Funkcja liniowa f jest opisana wzorem $f(x) = \frac{3}{4}x - 6$
- Oblicz współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji f z osiami układu współrzędnych.
 - Wyznacz miejsca zerowe funkcji.
 - Oblicz dla jakich argumentów funkcja przyjmuje wartości ujemne.
 - Naszkiecuj wykres tej funkcji.
22. Funkcja liniowa f jest opisana wzorem $f(x) = -\frac{2}{3}x + 4$
- Oblicz wartość wyrażenia $2 \cdot f(-6) + 3 \cdot f(9)$
 - Oblicz dla jakich argumentów funkcja przyjmuje wartości nieujemne.
 - Naszkiecuj wykres tej funkcji.
23. Podaj wzór funkcji liniowej, której wykres przecina oś y w punkcie $A = (0, -1)$, a jej miejscem zerowym jest liczba 7.